

Aufgabe 22: Sei $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

- a) Welches geometrische Objekt bildet die Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die v und w linear abhängig sind.
- b) Welches geometrische Objekt bildet die Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die v und w linear unabhängig sind und $\|w\| = 1$.
- c) Welches geometrische Objekt bildet die Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die gilt $v \cdot w = 0$?
- d) Welches geometrische Objekt bildet die Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die gilt $v \cdot w = 0$ und $\|w\| = 1$?

LÖSUNG:

- a) Bei der Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die gilt v und w sind linear abhängig handelt es sich um eine Gerade durch den Ursprung mit Richtungsvektor v (nämlich alle Vielfache von v).
- b) Bei der Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die gilt v und w sind linear unabhängig und $\|w\| = 1$ handelt es sich um zwei Vektoren $w = \frac{v}{\|v\|}$ und $w = -\frac{v}{\|v\|}$.
- c) Bei der Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die gilt $v \cdot w = 0$ handelt es sich um die Ebene durch den Ursprung, auf der der Vektor v senkrecht steht.
- d) Bei der Menge aller Vektoren $w \in \mathbb{R}^3$ für die gilt $v \cdot w = 0$ und $\|w\| = 1$ handelt es sich um einen Kreis mit Radius 1 in der Ebene durch den Ursprung, die senkrecht zum Vektor v liegt.