

Aufgabe 32: Geben Sie durch jeweils eine Formel und eine Skizze den größtmöglichen Definitionsbereich der folgenden Funktionen $z = f(x, y)$ im \mathbb{R}^2 an!

a) $z = \ln(x^2 - y^2)$ b) $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$

LÖSUNG:

- a) Wenn ein Punkt (x, y) zum Definitionsbereich gehören soll, dann muss $x^2 - y^2 > 0$ sein, also $x^2 > y^2$ und schließlich $|x| > |y|$. Das ist der Bereich zwischen den beiden Winkelhalbierenden der Quadranten, genauer gesagt ist das die Menge

$$D = \{(x, y) : x > 0 \text{ und } -x < y < x\} \cup \{(x, y) : x < 0 \text{ und } x < y < -x\}$$

- b) Wenn ein Punkt (x, y) zum Definitionsbereich gehören soll, dann muss $x^2 + y^2 - 9 \geq 0$ sein und damit $x^2 + y^2 \geq 9$. Das sind alle Punkte, die außerhalb bzw. auf dem Kreis um den Ursprung mit Radius 3 liegen, also

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 9\}$$