

Aufgabe 32: a) Berechnen Sie die Matrizenprodukte \mathbf{AB} und \mathbf{BA} für:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

b) Berechnen Sie die Matrizenprodukte $(\mathbf{AB})\mathbf{C}$ und $\mathbf{A}(\mathbf{BC})$ für:

$$\text{i) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\text{ii) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 33: a) Wie lautet die Matrixdarstellung der linearen Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad f(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasis $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ des \mathbb{R}^2 (als Basis von Urbild- und Bildraum)?

b) Zeigen Sie, dass $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ eine Basis des \mathbb{R}^2 bildet und bestimmen Sie die Matrixdarstellung der linearen Abbildung aus a) bezüglich dieser Basis (als Basis von Urbild- und Bildraum).

Aufgabe 34: a) Wie lautet die Matrixdarstellung einer Punktspiegelung am Ursprung im \mathbb{R}^3 bezüglich der Standardbasis?

b) Können Sie eine Basis des \mathbb{R}^3 angeben, bzgl. der (wenn man sie als Basis des Bild- als auch des Urbildraums verwendet) die Punktspiegelung eine andere Matrixdarstellung hat?