



Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 2017/18
 Prof. Dr. Ira Neitzel
 AR. Dr. Tino Ullrich



Übungsblatt 11.

Abgabe am **08.01.2018** vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. (Zusammenhang des Komplementgraphs)

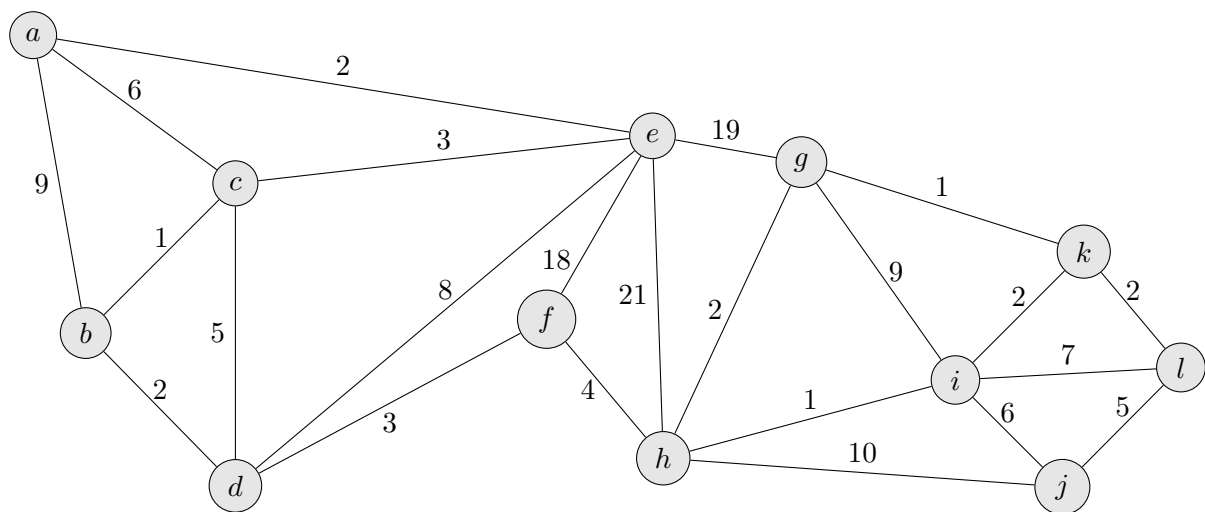
Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Dann bezeichnen wir mit $\bar{G} = (V, \bar{E})$ den Komplementgraph von G , in dem zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn sie es in G *nicht* sind.

Zeigen Sie, dass dann G oder \bar{G} zusammenhängend ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. (Kürzeste Wege)

Gegeben Sei folgender Graph.



- a. Wenden Sie den **BFS**-Algorithmus (auf dem Papier) auf den zugrundeliegenden ungewichteten Graph ausgehend vom Startknoten **a** an. Protokollieren Sie dabei in jedem Schritt die Wahl des Knotens v und die Mengen R, Q, F (siehe Vorlesung). Zeichnen Sie anschließend den Baum ein, der dabei entsteht.

Hinweis: Legen Sie eine Tabelle mit den Spalten R, Q, F und v an. In der ersten Spalte stehen die Knoten, die in jedem Schritt (Zeile) zu R hinzukommen. In der zweiten Spalte steht in jedem Schritt (Zeile) die vollständige Warteschlange Q . In der F -Spalte steht in jedem Schritt nur die Kante, die hinzukommt und in der v -Spalte ist das aktuell gewählte Element v .

- b. Berechnen Sie mit Hilfe des **Dijkstra**-Algorithmus (auf dem Papier) die Abstände von **a** zu allen anderen Knoten. Protokollieren Sie auch hier die einzelnen Schritte in einer Tabelle (Spalten: **a** bis **l**, Tabelleneintrag in k -ter Zeile: aktuelle kürzeste Weglänge nach k Schritten).
- c. Geben Sie einen kürzesten Weg von **a** nach **l** an. Wie lang ist dieser?

(5 + 5 + 1 Punkte)

Aufgabe 3. (Hamilton-Kreise)

Ein Hamilton-Kreis in einem Graphen G ist ein Kreis, der jede Ecke von G genau einmal enthält. Betrachten Sie nun den ungerichteten und einfachen Graph Q_n , den sogenannten Hyperwürfel, welcher folgendermaßen definiert ist: Die Knotenmenge V_n besteht aus allen $\{0, 1\}$ -Folgen der Länge n , offenbar ist $|V_n| = 2^n$. Zwei Ecken $x, y \in V$ werden genau dann durch eine Kante $\{x, y\}$ verbunden, wenn sich die beiden $\{0, 1\}$ -Folgen von x und y an genau einer Stelle unterscheiden.

- a. Zeichnen Sie Q_2 und Q_3 .
- b. Zeigen Sie, dass Q_n für $n \geq 2$ einen Hamilton-Kreis enthält.

Hinweis. Es bietet sich an die Aussage per Induktion und konstruktiv zu zeigen.

(5 Punkte)

Programmieraufgabe 1. Machen Sie sich mit den Datenstrukturen aus dem Headerfile `gph.io.h` vertraut. Darin sind die in der Vorlesung besprochenen Graph-Datenstrukturen in C/C++ implementiert. Diese Datei finden Sie auf der Webseite zur Vorlesung und wird in den Programmierkursen besprochen. Schreiben Sie Routinen, die eine Umwandlung von der Adjazenzmatrixdarstellung in die Adjazenzlistendarstellung und umgekehrt erlauben.

Die Programmieraufgabe ist als Präsenzaufgabe zu verstehen.

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr 2018!