

Aufgabe 41: Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x, y, z) = -\sqrt{1 - x^2 + y^2 + z^2}$$

nach Taylor an der Stelle $(0, 0, 0)$ bis einschließlich Terme zweiter Ordnung.

Aufgabe 42: Entwickeln Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto e^{-\|x-x_0\|^2}$$

nach Taylor an der Stelle $x = x_0$ bis einschließlich Terme zweiter Ordnung.

Aufgabe 43: Sei $a \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \|x - a\|$ nach Taylor an der Stelle x_0 bis einschließlich Terme zweiter Ordnung.

Aufgabe 44: Bestimmen Sie für die Funktion

$$g(x, y) = \sqrt{r^2 - (\sqrt{x^2 + y^2} - R)^2}, \quad 0 < r < R,$$

die Taylor-Entwicklung an der Stelle $(R, 0)$ mit Restglied der Ordnung 3.

Tipp: Finden Sie eine Funktion $h(\cdot)$, so dass $g(x, y) = h(d(x, y))$ mit $d(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.