Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 19/20
Prof. Dr. J. Gedicke
Johannes Rentrop und Jannik Schürg

UNIVERSITÄT BONN

Programmieraufgabenblatt 3. Abgabedatum: **04.10.2019–08.10.2019**

Programmieraufgabe 1. ("Konvergenz" der Harmonische Reihe)

a) Berechnen Sie die Partialsumme der Harmonischen Reihe $a_n := \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$ mit Hilfe von Fließkommaarithmetik (nutzen Sie `float`) für das kleinste n, so dass in Fließkommaarithmetik $a_n = a_{n+1}$ gilt. Addieren Sie dabei die Summanden in der Reihenfolge $i = 1, 2, \ldots, n$.

b) Berechnen Sie a_n für das n aus a), aber addieren Sie nun in der Reihenfolge $i = n, n-1, \ldots, 1$. Diskutieren Sie die Ergebnisse.

(3 + 3 Punkte)

Programmieraufgabe 2. (Primzahlsummen)

a) Schreiben Sie eine Funktion, die für eine gegebene natürliche Zahl n prüft, ob es sich um eine Primzahl handelt, indem Sie prüfen, ob eine der Zahlen $2, \ldots, \lfloor\sqrt{n}\rfloor$ ein Teiler ist.

b) Berechnen Sie die Summe aller Primzahlen kleiner als 10 Millionen. Nutzen Sie dafür einmal eine Schleife und a), und einmal das Sieb des Eratosthenes.

c) (*Bonus*) Bezeichne $s(n, p)$ die Summe aller Zahlen von $2, \ldots, n$ die bleiben, wenn im Sieb des Eratosthenes mit allen Primzahlen bis einschließlich p gesiebt wurde. Es gilt für p prim

$$s(n,p) = s(n,p-1) - p\Big[s\Big(\lfloor n/p \rfloor, p-1\Big) - s\Big(\min\{p-1, \lfloor n/p \rfloor\}, p-1\Big)\Big]. \tag{1}$$

Benutzen Sie (1) um die Summe aller Primzahlen kleiner als eine Milliarde zu berechnen. Vergleichen Sie die Laufzeit Ihres Programms mit der des Siebes aus b).

(4 + 4 + 10* Punkte)

Programmieraufgabe 3. (Symmetrische ternäre Basis)

Schreiben Sie eine Funktion, die eine ganze Zahl in die symmetrische ternäre Darstellung (siehe übungsblatt 3, Aufgabe 3) umwandelt und die Stellen zurückgibt. Geben Sie das Ergebnis aus für $n = -13, \ldots, 13$.
Um $\bar{1}$ auszugeben können Sie `"1\xCC\x85"` verwenden.

(6 Punkte)