

EINFÜHRUNG IN DIE GRUNDLAGEN DER NUMERIK

Institut für Numerische Simulation
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Wintersemester 2014/2015

ANALYTISCHER AUFGABEN-PROTOTYP

Seien $L : V \rightarrow W$ und $f \in W$ gegeben. Finde $u \in V$, so dass

$$Lu = f.$$

Wir suchen **exakte** Lösung in V .

Kernfrage: Existenz & Eindeutigkeit.

NUMERISCHER AUFGABEN-PROTOTYP

Seien $L : V \rightarrow W$ und $f \in W$ gegeben. Finde $u_N \in V_N (\subset V)$, so dass

$$J(Lv_N - f) \rightarrow \min_{v_N \in V_N}$$

für ein $J : W \rightarrow \mathbb{R}$.

Wir suchen **näherungsweise** Lösung in einem Unterraum.

Kernfrage: Konstruktion & Güte

ZENTRALE BEGRIFFE

$$Lu = f$$

- u gesuchte **Lösung**
- f gegebene **rechte Seite**
- L Operator (des Problems)
- V, W abstrakte Vektorräume
- u_N Näherung, Approximante, Interpolante
- $(u_N - u)$ **Fehler**
- $(f - Lu_N)$ **Residuum**, $(Lu_N - f)$ **Defekt**
- J Funktional (des Verfahrens/Ansatzes)
- $V_N = \text{span}\langle \phi_{i,N} \rangle_{i=1}^N$
- $\phi_{i,N} \in V$ Basis von V_N

$$J(Lv_N - f) \rightarrow \min_{v_N \in V_N}$$

WAS MACHT MAN IN DER NUMERIK?

ZENTRALE FRAGESTELLUNG

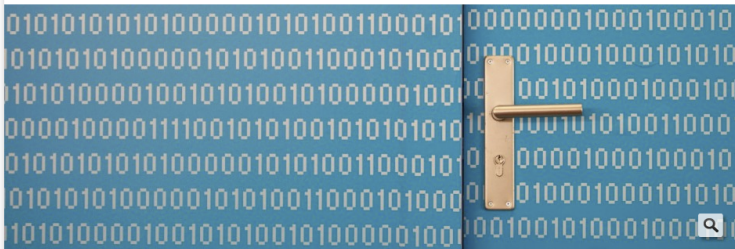
Zu gegebenem $\epsilon > 0$, finde **schnell** (\approx kleines N) eine Näherung u_N , so dass der Fehler $\|u_N - u\| < \epsilon$ für bestimmte Norm $\|\cdot\|$ ($\approx L, J$).

TEILAUFGABEN

- Entwurf konstruktiver Berechnungs- und Näherungsverfahren
 - Rekonstruktion von Funktionen, Nullstellensuche, Eigenwertbestimmung, ...
- Analyse numerischer Verfahren
 - Genauigkeit, Verfahrenskomplexität (Speicher, Rechenzeit), ...
- Numerische Programmierung
 - Effiziente parallele Implementierung numerischer Algorithmen
- Mathematische Modellierung
 - Anwendungsproblem in mathematische Aufgabe umformulieren

18. Juli 2014 14:19 Bedeutung von Algorithmen

Neue Weltsprache



Algorithmen sind wie Zahnräder. Sie greifen ineinander, setzen die Mechanik in Bewegung.
(Foto: dpa)

Algorithmen bestimmen über unseren Alltag und über die Welt, in der wir leben. Nur - wer weiß schon, was ein Algorithmus ist? Höchste Zeit also, dass wir uns mit ihnen beschäftigen. Die Gründe dafür gehen weit über den Ärger mit Google, Amazon und NSA hinaus.

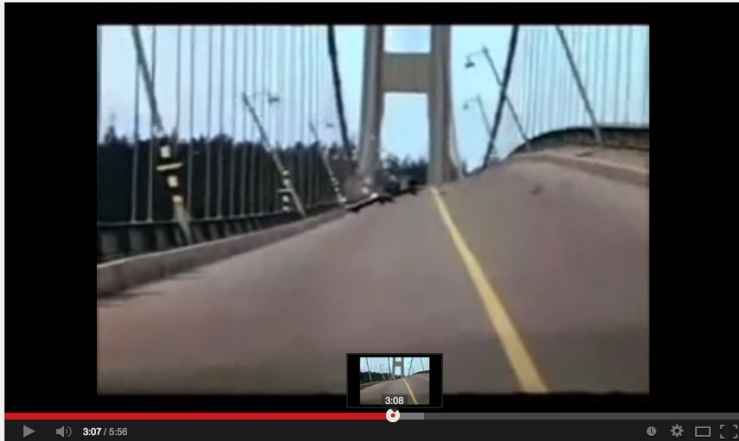
Von [Andrian Kreye](#)

KATASTROPHE - TACOMA NARROWS BRIDGE

<https://www.youtube.com/watch?v=j-zczJXSxnw>

You **Tube** ^{DE} ≡ -

tacoma narrows bridge collapse



Tacoma Narrows Bridge Collapse "Gallop' Gertie"

WIE KANN DIE NUMERIK HELFEN?

APPROXIMATION

Modell einer Brücke im Rechner (wesentliche Physik!).

SCHNELLE GLEICHUNGSLÖSER

Wenn nur eine spezielle Belastung relevant ist.

EIGENPROBLEME

Wenn zeitabhängige Belastungen entscheidend sind.

NUMERISCHE INTEGRATION

Oft sind entscheidende Kenngrößen Integrale.